

Лабораторная работа № 1

Приближенное решение нелинейных уравнений

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Приближенно вычислить все корни данного уравнения $f(x) = 0$ с заданной погрешностью ε .

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

- 1) Для локализации и отделения корней построить график функции $f(x)$. В результате для каждого корня должен быть получен отрезок $[a, b]$, содержащий только один корень (не менее 1).
- 2) Вычислить корни уравнения, используя метод половинного деления. Результаты вычисления оформить в виде таблицы:

n	a_n	b_n	$ b_n - a_n $

- 3) Вычислить корни методом Ньютона. Предварительно проверить выполнение условия применения, выбрать начальное приближение x_0 , найти значение m_1 . Результаты расчетов внести в таблицу:

N	x_n	$f(x_n)$	

- 4) Числить корни уравнения методом итераций. Предварительно найти значения величин m, M, λ, q , записать уравнение в виде $x = \varphi(x)$, выполнить расчеты. Результаты оформить в виде таблицы:

n	x_n	$ x_n - x_{n-1} $

- 5) В полученных результатах сделать необходимые округления и записать в виде $\bar{x} = \tilde{x} \pm \varepsilon$
- 6) Сравнить методы приближенного решения уравнений.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЯ

Вариант	Уравнение	Вариант	Уравнение
1	$2x^3 - 3x^2 - 12x - 5 = 0$	6	$(2 - x)e^x = 0$
2	$\ln x + (x + 1)^3 = 0$	7	$x^3 + 3x - 1 = 0$
3	$x^3 + 3x^2 - 24x - 10 = 0$	8	$x^2 = \ln(x + 1)$
4	$3x + \cos x + 1 = 0$		
5	$x^3 - 12x + 6 = 0$		

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

- 1) Почему возникает необходимость применения методов приближенного решения нелинейных уравнений?
- 2) На какие этапы можно разделить приближенное решение нелинейного уравнения?
- 3) Что понимают под локализацией корней?
- 4) Что такое отделение корня?
- 5) Что означает вычислить корень с заданной точностью?
- 6) Какие методы вычисления корня известны?
- 7) О каждом методе надо знать
 - a) условия применения
 - b) формула для вычисления
 - c) правило остановки расчетов
 - d) графическая иллюстрация

Лабораторная работа №2

Приближенное вычисление определенного интеграла

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Приближенно вычислить интеграл $I = \int_a^b f(x)dx$ с заданной точностью ε методами прямоугольников, трапеций и парабол.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

- 1) Вычислить интеграл по формуле прямоугольников и трапеций. Для этого выбрать $n=2$, вычислить h, x_i, y_i ($i=0,1,\dots,n$). Далее подсчитать по формулам прямоугольников и трапеций значение интеграла I при n разбиениях.
- 2) Удвоить число разбиений и повторить вычисления предыдущего пункта. Сравнить $|I_2 - I_1|$ с величиной 3ε . В зависимости от результата продолжить удвоение n или прекратить вычисления и считать $\tilde{I} = I_2$.
- 3) Результаты вычислений оформить в виде таблицы:

n	I_1	$ I_2 - I_1 $

- 4) Составить таблицу функции $f(x)$ для $n=8$.

i	X_i	Y_i

- 5) Вычислить интеграл по методу парабол, используя таблицу функции $f(x)$. Оценить погрешность результата.
- 6) Сравнить результаты вычислений, полученные различными методами. В полученных результатах сделать необходимые округления и записать в виде $\tilde{I} = \tilde{I} \pm \varepsilon$

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЯ

Вариант	Интеграл	Вариант	Интеграл
---------	----------	---------	----------

1	$\int_{0.8}^{1.6} \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 1}}$	6	$\int_{0.4}^{0.8} \frac{\tan(x^2 + 0.5)}{2x^2 + 1} dx$
2	$\int_{1.2}^2 \frac{\lg(x-1)}{x} dx$	7	$\int_{1.3}^{2.1} \frac{\sin(x^2 - 1)}{2\sqrt{x}} dx$
3	$\int_{1.6}^{2.4} (x+1)\sin x dx$	8	$\int_{0.15}^{0.63} \sqrt{x+1} \log(x+3) dx$
4	$\int_{0.6}^{1.4} \frac{\cos x}{x+1} dx$		
5	$\int_{0.4}^{1.2} \sqrt{x} \cos(x^2) dx$		

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

- 1) В каких случаях приходится применять приближенные методы вычисления определенного интеграла?
- 2) Что понимают под численным интегрированием?
- 3) На чем основано приближенное вычисление определенного интеграла?
- 4) Что, значит, вычислить интеграл с заданной точностью?
- 5) Какие методы вычисления определенного интеграла известны?
- 6) Для каждого метода знать
 - а) на чем основывается
 - б) формула для вычислений
 - в) оценка погрешности
 - г) правило Рунге
 - д) графическая иллюстрация

Лабораторная работа №3

Интерполирование

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Для данной функции $y=f(x)$ выполнить линейную и квадратичную интерполяцию и вычислить значение полиномов в промежуточных точках.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

- 1) В качестве узлов интерполяции использовать точки ($x_0=-1, x_1=0, x_2=1$). Составить таблицу функции для узлов интерполяции

X_i	-1	0	1
Y_i			

- 2) Записать 2 линейных интерполяционных полинома Лагранжа: $L_1^1(x)$ на базе узлов x_0 и x_1 и $L_1^2(x)$ на базе узлов x_1 и x_2 . А также квадратичный интерполяционный полином $L_2(x)$.
- 3) Вычислить значение функции и полиномов в промежуточных точках. Результаты записать в таблицу:

x	-0.1	0.3
-----	------	-----

$f(x)$		
$L_1^1(x)$		-
$L_1^2(x)$	-	
$L_2(x)$		

- 4) Отметить полученные точки на графике, сравнить значения функции и интерполяционных полиномов для каждой точки, сделать вывод.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЯ

Вариант	Функция	Вариант	Функция
1	$f(x) = e^{0.164x^3 + 0.037x}$	6	$f(x) = 0.835x^3 - 0.592x$
2	$f(x) = \sin(0.227x^3 - 0.04x)$	7	$f(x) = e^{0.431x^3 - 0.324x}$
3	$f(x) = 0.72x^3 + 0.054x$	8	$f(x) = \sin(0.72x^3 + 0.054x)$
4	$f(x) = e^{0.558x^3 - 0.388x}$		
5	$f(x) = \sin(0.731x^3 + 0.541x)$		

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

- 1) Сформулировать задачу интерполирования.
- 2) Интерполяционная формула, узлы интерполяции.
- 3) В каких случаях применяется интерполяция?
- 4) Что такое параболическая интерполяция? Почему она находит широкое применение?
- 5) В каком случае используют интерполяционный полином Лагранжа? Записать его формулу.
- 6) Какова степень интерполяционного полинома Лагранжа?
- 7) Линейная и квадратичная интерполяция, примеры их применения. Их графическая иллюстрация.

Лабораторная работа №4

Приближенное интегрирование обыкновенного дифференциального уравнения

ЦЕЛЬ

Решить задачу Коши $y' = f(x, y)$ с начальным условием $y(x_0) = y_0$ методами Эйлера и Рунге-Кутты.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ

1. Решение дифференциального уравнения будем искать на отрезке $[0, 1]$ в узлах $0, 0.1, 0.2, \dots, 1$.
2. Решить уравнение методом Эйлера с шагом 0.1.
3. Решить уравнение методом Эйлера с шагом 0.05.
4. Решить уравнение методом Рунге-Кутты с шагом 0.1.
5. Решить уравнение методом Рунге-Кутты с шагом 0.05.

6. Полученные результаты занести в таблицу

X	Метод Эйлера		Метод Рунге-Кутты	
	H=0.1	H=0.05	H=0.1	H=0.05

7. Построить графики. Сравнить результат и сделать вывод о точности вычислений.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЯ

В	Уравнение	В	Уравнение
1	$y' = \cos(x + y) + 0.5(x - y), y(0) = 0$	6	$y' = 0.1x^2 + 2xy, y(0) = 0.8$
2	$y' = (1 - y^2)\cos x + 0.6y, y(0) = 0$	7	$y' = 1 + (1 - x)\sin x - (2 + x)y, y(0) = 0$
3	$y' = x + y^2, y(0) = 0.5$	8	$y' = \cos(x - y) + \frac{1.25y}{1.5 + x}, y(0) = 0$
4	$y' = \frac{\cos(y)}{x + 2} - 0.3y^2, y(0) = 0$		
5	$y' = 1 + 0.2y\sin x - y^2, y(0) = 0$		

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

- 1) Почему возникает необходимость применения приближенных методов интегрирования дифференциальных уравнений.
- 2) На какие две группы делятся приближенные методы интегрирования дифференциальных уравнений.
- 3) Аналитические и численные методы. Приведите примеры.
- 4) Метод Эйлера.
- 5) Метод Рунге-Кутты.